7- PROPERTIES OF LIQUIDS

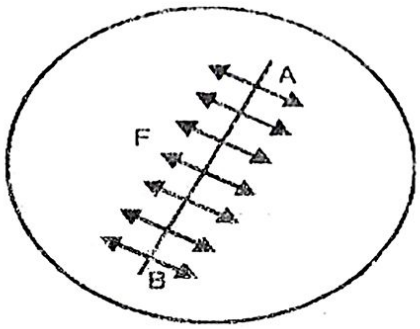
Que(1) Define surface tension. Deduce an expression for the excess pressure over a curved surface of a liquid. Hence find out the excess of pressure in the case of spherical air bubble inside a liquid.
(GKP-1999,07,11, 2012,2013,2014,2015,2016)

Solⁿ : SURFACE TENSION :- Surface tension is a phenomenon due to the force of attraction between the molecules. To define surface tension of the liquid in equilbrium state letus imagine a straight line AB of length L drawn on the free surface of the liquid. The molecules on the two side of the line AB have a tendency to pull the molecules on the line in the direction shown by arrow. The direction of the pulling forces are perpendicular to the line AB and tangential to the free surface of the liquid. The magnitude of net pulling force acting on either side of the line is proportional to the length L. Therefore we have

पृष्ठ तनाव की घटना अणुओं के बीच पारस्परिक आकर्षण बल के कारण घटती है। साम्यावस्था में पृष्ठ तनाव को परिभाषित करने के लिए माना किसी द्रव के स्वतंत्र तल पर L लम्बाई की एक काल्पनिक सरल रेखा AB खींची गई। रेखा AB के दोंनों तरफ स्थित अणुओं की यह प्रवृत्ति होगी कि अणुओं को उस लाइन की दिशा के तरफ खींचे जैसा की चित्र में तीर द्वारा दिखाया है। खींचे जाने वाले बल की दिशा रेखा AB के लम्बवत् होगी तथा द्रव के स्वतंत्र तल के स्पर्शी होगी। रेखा की किसी एक तरफ के कुल बल का परिमाण लम्बाई के अनुक्रमानुपाती होगा। अतएवं

$$F \propto L \text{ Or, } F = TL$$

Where the proportionality constant T, which depends on the liquid and its temp is known as surface tension of the liquid.



If L = 1 unit, then F = T

Thus, surface tension of a liquid is defined as the tangential force per unit length, acting at right angles on either side of a line imagined to be drawn in the free liquid surface in equilbrium.

जहाँ कि T अनुक्रमानुपाती नियतांक है जो कि द्रव तथा इसके ताप पर निर्भर करता है इसे द्रव का पृष्ठ तनाव कहते हैं। यदि L = I इकाई तब F = Tअर्थात् किसी द्रव के पृष्ठ तनाव को इस प्रकार परिभाषित किया जा सकता है कि काल्पनिक रेखा के किसी एक तरफ, जो कि द्रव के सतह पर साम्यावस्था में खींची गई है, लम्बवत् दिशा में कार्यरत इकाई लम्बाई के स्पर्शी बल को द्रव का पृष्ठ तनाव कहते हैं।

EXCESS PRESSURE ON THE CURVED SURFACE :- If we have a curved liquid surface at rest, then the inward pressure on it due to surface tension must be balanced by an equal excess of pressure outward, acting on the concave side.

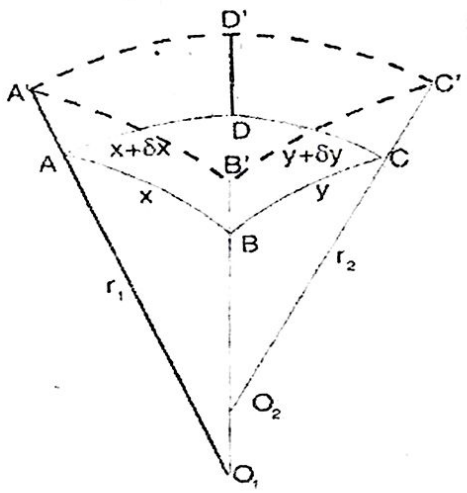
यदि हम एक विराम अवस्था में एक वक्राकार द्रव सतह ले तो पृष्ठ तनाव के कारण इस पर अन्दर की तरफ लगने वाले दाब अवतल भाग की तरफ कार्यरत बाहर दाब की अधिकता से संतुलित होना चाहिए।

Let ABCD be a small curvilinear rectangle of the curved liquid surface. Its side AB is of length x and radius of curvature r_1 with centre at O_1 and the side BC is of length y and radius curvature r_2 with centre at O_2. Clearly, $AO_1 = BO_1 = r_1$

and $BO_2 = CO_2 = r_2$.

माना ABCD वक्राकार सतह का एक छोटा वक्ररेखीय आयत है। इसकी भुजा AB का लम्बाई, वक्रता त्रिज्या तथा केन्द्र क्रमशः x r_1 तथा O_1 है इसी प्रकार भुजा B के लिए क्रमशः y r_2 तथा O_2 है। स्पष्टत

$BO_2 = CO_2 = r_2$.



Let the excess pressure on the concave side be p. when the liquid surface is at rest, the outward force on the element ABCD is = p. xy

Area of the rectangle ABCD = xy

Suppose the surface is expanded by giving an infinitesimally small normal displacement δ_z (= AA') so that the element occupies a new position A'B'C'D'. Hence the work done by the excess pressure p is

W = force . displacement

माना सतह को अत्यंत अल्प छोटा अभिलम्बवत् विस्थापन δ_z (= AA') द्वारा विस्तारित किया जाता है। जिससे कि तन्तु नया स्थान A'B'C'D' ग्रहण कर लेता है। इस प्रकार दाब की अधिकता के द्वारा किया गया कार्य

or, $W = p.\, xy.\, dZ$ -----(1)

If $(x+\delta x)$ and $(y+\delta y)$ be the length of A'B' and B'C' respectively, then increase in the area of the liquids surface under consideration is

$$= (x+\delta x)(y+\delta y) - xy$$

$$= x\delta y + y\delta x$$

Here the product dx is very small quantities and therefore it has been neglated.

∴ Increase in the surface energy

= surface tension x increase in area

$= T(x\delta y + y\delta x)$ -------(2)

This increase in the surface energy is equal to the work done in expanding the surface by excess of pressure, hence from equation (1) and (2) we get:-

सतह उर्जा में वृद्धि दाब की अधिकता व द्वारा सतह को फैलाने में किये गये कार्य के बराबर होगी अतः समी० (1) तथा (2) सती० से हम पाते हैं :–

$$pxy\delta z = T(x\delta y + y\delta x)$$

$$\text{or,} \quad p = T\left(\frac{1}{y}\cdot\frac{\delta y}{\delta z} + \frac{1}{x}\cdot\frac{\delta x}{\delta z}\right) \quad \text{.....(3)}$$

Now from similar triangles ABO_1 and $A'B'O_1$, we have

$$\text{or,} \quad \frac{x+\delta x}{x} = \frac{r_1+\delta_z}{r_1}$$

$$\text{or,} \quad 1+\frac{\delta x}{x} = 1+\frac{\delta_z}{r_1}$$

or, $\frac{\delta x}{x} = \frac{\delta_z}{r_1}$

or, $\frac{1}{x}\frac{\delta_x}{\delta_z} = \frac{1}{r_1}$ .....(4)

similarly, from similar triangles BCO_2 and $B'C'O_2$, we have

or, $\frac{1}{y}.\frac{\delta_y}{\delta_z} = \frac{1}{r_2}$ .....(5)

substituting these values of $\frac{1}{x}.\frac{\delta x}{\delta z}$ and $\frac{1}{y}.\frac{\delta y}{\delta z}$ in equation (3), we have

or, $p = T\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1}\right)$ .....(6)

In case of a single spherical surface such as that of a liquid drop or an air bubble inside the liquid, we have

$r_1 = r_2 = r$ (say). Hence $p = T\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r}\right)$

$$\boxed{p = \frac{2T}{r}}$$

Ques(2) Calculate the work done in spraying a spherical drop of water of 1mm radius intoa million identical droplets, the surface tension of water being 7.2×10^{-2} N/m. **(1999, 2008)**

Sol^n Volume of the drop $= \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(10^{-3}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi 10^{-9}$ m^3

Surface area of the drop $= 4\pi R^2$

$= 4\pi(10^{-3})^2 = 4\pi 10^{-6}$ m^2

Let r be the radius of a droplets. The volume of 10^6 droplets

$= 10^6\left(4/3\right)\pi r^3$

The mass and therefore, the volume of the liquid is conserved. Thus we have -

$(4/3)\ \pi\ 10^{-9} = 10^6\ (4/3)\ \pi\ r^3$

$\Rightarrow \quad r^3 = 10^{-15}$

$\Rightarrow \quad r = 10^{-5}$ m

Therefore, the surface area of 10^6 droplets $= 10^6\ 4pr^2$

$= 10^6\ 4\pi\ (10^{-5})^2$

$= 4\pi\ 10^{-4}$ m^2

Hence, the increase in surface area = surface area of 10^6 droplets - surface area of the drop

$= 4\pi\ 10^{-4} - 4\pi\ 10^{-6} = 3.96\pi\ .\ 10^{-4}$ m^2

Therefore, the increase in potential energy = surface energy ´ increase in surface area

= surface tension ´ increase in surface area

$= 7.2 \times 10^{-2} \times 3.96\pi \times 10^{-4}$ $= 8.9573 \times 10^{-5}$ joule.

This increase in potential energy is equal to the amount of work done to break the drop into droplets. Therefore, the amount of workdone is 8.9573×10^{-5}joule.

Ques(3) A spherical ball of radius 1×10^{-3}m and density 10^4 kg/m³ falls freely under gravity through a distance h before entering a tank of water. If after entering the water, the velocity of ball does not change, find h? The coefficient of viscosity of water is 9.8×10^{-4} n.s /m². (2003)

Sol^n : After entering the water, the velocity of the ball does not change. This means that the ball has acquired a velocity v in falling through distance h equal to terminal velocity v, given by

पानी में प्रवेश करने पर गेंद का वेग नहीं बदलता है। इसका अर्थ है कि h ऊँचाई से गिरता हुआ गेंद v वेग प्राप्त करता है जो कि सीमान्त वेग v के बराबर होगा, जबकि

$$v = \sqrt{2gh}$$

As the ball is moving with constant velocity, the resultant downward force is equal to the upward viscous force, i.e.

चूँकि गेंद नियत वेग से गति कर रहा है, तो परिणामी नीचे की ओर कार्यरत बल ऊपर की ओर कार्यरत श्यान बल के बराबर है, अर्थात्

$$6\pi\eta\, a\, v = \frac{4}{3}\pi a^3 g(\rho - \sigma)$$

$$\text{or,} \quad v = \frac{2}{9}\frac{a^2 \pi\eta(\rho - \sigma)}{\eta}$$

$$\text{or,} \quad \sqrt{2gh} = \frac{2}{9}\frac{\left(10^{-3}\right)^2 \times 9.8 \times (10^4 - 10^3)}{9.8 \times 10^{-4}} = 20$$

$$\text{or,} \quad h = \frac{400}{2g} \qquad \text{or,} \quad h = \frac{400}{2g} = \frac{400}{2 \times 9.8} = 20.4\ \text{m}$$

Ques(4)Calculate the mass of water flowing in 10 minute through a tube 0.1 c.m. in diameter, 40 cm long, if there is a constant pressure head of 20 cm of water. The coefficient of viscosity fo water is 0.00089. SI units. (1999)

Sol^n $V = \frac{\pi\rho r^4}{8\eta\ell}$ $V = \frac{3.14 \times 0.2 \times 1000 \times 9.8 \times (5 \times 10^{-4})}{8 \times 0.00089 \times .04}$

or, $V = 13.51 \times 10^{-8}\ m^3$

The volume of water flowing in 10 minute

$= 13.51 \times 10^{-8} \times 600$ $= 81.06 \times 10^{-6}\ m^3$

Therefore the mass of the water flowing in the given time

$= 81.06 \times 10^{-6} \times 1000 \qquad = 81.06 \times 10^{-3}$ kg.

Ques(5) Two soap bubbles of radii R_1 and R_2 coa lesce to a single bubble of radius R. If P is the atmospheric pressure and T the surface tension of the soap bubble, show that -

$$P(R_1^3 + R_2^3 - R^3) = 4T(R^2 - R_1^2 - R_2^2) \qquad (2001)$$

Sol^n Let R_1 and R_2 are the radii of the two soap bubbles before they coalesce and R is the radius of combined bubble. In each case the pressure outside the bubble is atmospheric, P. If p_1 and p_2 are the pressure inside the bubbles, therefore they coalesce and p' the pressure inside the combined bubble, then

माना एक होने के पहले दोंनों साबुन के बुलबुलों की त्रिज्यायें R_1 तथा R_2 हैं तथा एक होने के बाद संयुक्त साबुन के बुलबुले की त्रिज्या R है। प्रत्येक केस में बुलबुले के बाहर वायुमण्डलीय दाब P होगा। यदि बुलबुले के भीतर दाब संयुक्त होने के पहले P_1 तथा P_2 हो तब एक होने के बाद बुलबुले के भीतर दाब P' होगा।

$$p_1 = P + \frac{4T}{R_1}, \qquad p_2 = P + \frac{4T}{R_2},$$

and $$p' = P + \frac{4T}{R}$$

If V_1, V_2 and V' are the corresponding volumes, then we have

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3, \qquad V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3$$

and $$V' = \frac{4}{3}\pi R^3$$

If the temperature remains constant, then Boyle's law gives

$p_1V_1 + p_2V_2 = p'V'$

i.e

$$(P + \frac{4T}{R_1})(\frac{4}{3}\pi R_1^3) + (P + \frac{4T}{R_2})(\frac{4}{3}\pi R_2^3)$$

$$= (P + \frac{4T}{R})(\frac{4}{3}\pi R^3) \qquad .....(1)$$

or,

$$(P + \frac{4}{3}\pi)\left[R_1^3 + R_2^3 - R_3^3\right] = 4T(\frac{4}{3}\pi)\left[R^3 + R_1^3 - R_2^3\right]$$

$P[R_1^3 + R_2^3 - R^3) = 4T[R^2 - R_1^2 - R_2^2]$ **Proved**

Ques(6)A capillary tube, 1.0 mm in diameter and 20 cm. in length, is fitted horizontally to vessel kept full of alcohol of density 0.8 gm/cc. The depth of the capillary tubebelow the surface of alcohol is 30cm. If the viscosity of alcohol is 0.012 C.G.S. unit, find the amount that will flow out in 5 minutes. **(2000)**

Sol^n The rate of flow of liquid in a capillary is

$$Q = \frac{\pi \rho r^4}{8\eta \ell}$$

Given, r = 0.5 mm = 0.05 c.m., ℓ = 20cm

η = 0.012 C.G.S unit,

ρ = 30x0.8 ´ 980 dyne/cm²

Therefore volume of alcohol flowing per sec,

$$Q = \frac{3.14 \times 30 \times 0.8 \times 980 \times (0.05)^4}{8 \times 0.012 \times 20} = 0.24 \text{ cm}^3/\text{sec}$$

Volume of alcohol flowing in 5 minutes (or 300 sec)

= 0.24 × 300 = 72 cm³

Amount of alcohol flowing in 5 minutes

= 72 × 0.8 = 57.6 gm **Ans**

Ques(7)Neglecting air buoyancy, Calculate the maximum velocity of an oil drop of radius 10^{-4} cm. falling in air viscosity of air is 1.8 x 10^{-4} gm/cm-sec and acceleration due to gravity is 980 cm/sec² Density of oil is 0.9gm/cm³.

Sol^n When the drop attains terminal (or maximum) velocity, the effective weight of the drop (real weight - buoyancy of air) is balanced by the viscous force of the air. That is

जब बून्द सीमान्त वेग (या अधिकतम) को प्राप्त करता है तब बून्द (वास्तविक भार–हवा की बायोन्सी) का प्रभावी भार $\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \sigma)g = 6\pi\eta r v$

Where r is the radius of the oil drop, ρ is the density of oil and σ is the density of air. Therefore $V = \frac{r^2(\rho-\sigma)g}{\eta}$.

Putting the given values, we get -

$$\text{or,} \quad V = \frac{2}{9}\frac{(10^{-4})^2 \times (0.9-0) \times 980}{(1.8 \times 10^{-4})}$$

$$\text{or,} \quad V = \frac{2 \times 10^{-8} \times 0.9 \times 980}{9 \times 1.8 \times 10^{-4}}$$

$$\text{or,} \quad V = 108.88 \times 10^{-8} \times 10^{4}$$

$$\text{or,} \quad V = 1.08 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$$

Ques(8) Show that the velocity profile of liquid flowing through horizontal capillary tube of uniform cross-section is parabolic. (2003, 07)

OR What do you understand by stream line motion. derive Poiseuilles formula for the rate of flow of liquid through a capillary tube of uniform bore. Describe an experiment to determine the coefficient of viscosity of water. (1999, 2012)

OR Derive Poisevilles formula for the flow of a liquid through a capillary tube of uniform cross section. What is nature of velocity profile. Describe a method for the determenation of viscosity of water. (2001, 2011)

OR Explain with relevent formula the shape of velocity profile of liquid flowing through a horizontal capilary tube. (2002)

OR Write down Poiseuidle formula and its limitations for the flow of a liquid through a uniform capillary. (2008,2015)

OR Shwo that velocity profile of a viscous liquid flowing through a capillary of a circular cross section is parabolic. (2009)

Sol^{n} : STREAM LINE MOTION:- (2015)

When a fluid (liquid or gas) flows such that each particle of the fluid passing a certain point flows the same path and has the same velocity at that

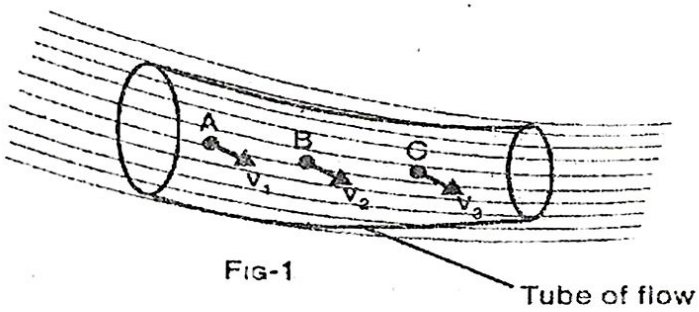


FIG-1

point as its preceding particle which passed the same point, the flow is said to be 'stream line flow' and the path as stream line. In stream-lined flow the velocity at a given point is constant in time.

The path of the particles passing at certain point in stream lined flow is called a 'line of -flow' or 'stream line'. The tangent at any point on a stream line gives the direction of flow of the liquid at that point.

जब एक तरल पदार्थ (द्रव्य गैस) इस प्रकार बहता है कि तरल पदार्थ के प्रत्येक कण किसी निश्चित बिन्दु से गुजरते हुए समान पथ परबहते हैं तथा उस बिन्दु से समान वेग से गुजरते हैं तब इस गति को धारा रेखीय बहाव तथा पाथ को धारा रेखीय बहाव में निश्चित बिन्दु से गुजरते हुए कणों का पथ "बहाव की रेखा" या "धारा रेखीय" कहलाता है। धारा रेखा के किसी बिन्दु पर स्पर्शी उस बिन्दु पर द्रव के बहाव की दिशा को दर्शाती है।

Fig-1 shows a number of stream lines such as ABC, in a region of flow. all liquid particles passing the point A also pass B and c.

A particle has a velocity v_1, v_2, v_3 respectively at these points. That is velocity is different at different points. But at any one point, say A, whichever particle happens to be, the velocity is always the same, v_1.

माना इन बिन्दुओं के सापेक्ष किसी कण का वेग v_1, v_2, तथा v_3 है। अर्थात् भिन्न बिन्दुओं पर वेग भिन्न होगा। पर एक निश्चित बिन्दु माना A जब भी कण होगा तो उसकी वेग सदा ही v_1 रहेगी।

POISEUILLE'S FORMULA :- Poiseuilles deduced an expression for the volume of a liquid flowing per second through a horizontal tube of uniform base under a constant pressure difference between its end.

प्वायसुली ने द्रव के आयतन का एक समी० प्राप्त किया जो कि एक समान आधार के क्षितिज द्यूब में प्रति सेकेंड बह रहा है जबकि इसके सिरों के बीच नियत दाबान्तर है।

Poiseuilles made following assumptions to deduce the expression:-

(i) The flow is streamlined and streamlines are parallel to the other axis of the tube.

(ii) The flow is steady state, that is, there is no acceleration of the liquid at any point.

(iii) There is no radial flow, that is, the pressure over any cross-section is constant.

(iv) The liquid in contact with the walls of the tube is at rest.

Consider a horizontal tube of length / and radius r as shown in the figure

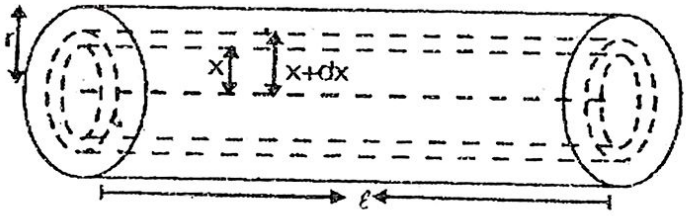


Fig: (2)

Let liquid is maintained flowing streamlined through it under a constant pressure difference p applied between its ends. The velocity of the liquid flowing in the tube is a maximum along the axis and is zero at the wall of the tube. Let the velocity of the liquid at a distance x from the axis of the tube be v so that dv/dx is the velocity gradiant.

माना एक क्षैतिज ट्यूब जिसकी लम्बाई l तथा त्रिज्या r है तथा जो चित्र (2) में दर्शाया गया है। माना एक द्रव इस ट्यूब से धारा रेखीय बहाव में बहता है जबकि ट्यूब के सिरों पर दाबान्तर P है। ट्यूब में बहते द्रव का वेग अक्ष के अनुदिश अधिकतम होगी तथा ट्यूब के दीवार पर शून्य होगा। माना ट्यूब के अक्ष से x दूरी पर द्रव का वेग v है तो वेग प्रणवता dv/dx होगा। माना त्रिज्या x के द्रव सिलेंडर में बल कार्यरत है।

Now we consider the forces acting on the liquid cylinder of radius x.

The liquid outside the cylinder is moving less rapidly than inside it and thus exerts on the surface of the cylinder a retarding viscous force F. In accordance with the Newton's law of viscous flow

चूँकि सिलेंडर के बाहर द्रव कम गति से गति करते हैं तुलना में सिलेंडर के अन्दर के द्रव के जिससे एक श्यान बल F सिलेंडर के तल पर आरोपित करता है। न्यूटन के श्यान बहाव के नियम के अनुसार

$$F = -\eta . A (dv/dx)$$

Where η is the coefficient of viscosity, and A the surface area of th cylinder, i.e. $A = 2\pi x\ell$, so that

$$F = -\eta . 2\pi x\ell . (dv/dx) \qquad \text{------(1)}$$

Since p is the difference of pressure between the two ends of the capillary tube, the force deriving the liquid forward

चूँकि केशनली के दोनों सिरों पर दाबान्तर P है। अतः वह बल जो द्रव को आगे की ओर प्रेरित करता है, होगा

$$= p \times \pi x^2$$

As there is no accleration of the liquid, so these forces must balance each other.

Therefore, $p.\pi x^2 = -\eta .(2\pi x\ell).(dv/dx)$

$$\text{or,} \quad \frac{dV}{dx} = -\frac{p}{2\eta\ell} x$$

integrating it, we get:- $$V = -\frac{p}{2\eta\ell}\left(\frac{x^2}{2}\right) + C \qquad \text{.....(2)}$$

where C is a constant of integration.

At the walls of the tube the velocity is zero, that is, at x = r, v = o, we have

$$C = \frac{p}{2\eta\ell}\frac{r^2}{2}$$

putting this value of C is eqn (2), we get

$$\text{or, } V = \frac{p}{4\eta\ell}(r^2 - x^2) \qquad \ldots\ldots(3)$$

This expression gives us the velocity distribution or velocity of the liquid at a distance x from axis of the tube. This shows that the velocity profile of liquid flowing through horizontal capillary tube of uniform cross-section is parabola.

यह समी० वेग का वितरण को देता है या ट्यूब के अक्ष से दूरी x द्रव का वेग दर्शाता है। यह यह भी दिखाता हैं कि किसी क्षैतिज केशनली के तहत बहने वाले द्रव का वेग प्रोफाइल परवलय है।

The volume of the liquid flowing persecond through the cylinderical shell under consideration

dQ = velocity x cross-sectional Area

dQ = v. 2px. dx

dQ = [p /4η/] $(r^2 - x^2)$ 2px dx

The volume of the liquid, Q, flowing per second through the whole tube is obtained by integrating the above expression between the limit x = 0 to x = r.

अतः प्रति सेकेंड द्रव का आयतन Q पूरे ट्यूब के तहत प्राप्त किया जा सकता है उपर्युक्त समी० को x = 0 से x = r के बीच समाकलित करने पर। अतः

Thus

$$Q = \int_0^r \frac{p}{4\eta\ell}(r^2 - x^2)\,2\pi x\,dx$$

$$\text{or, } Q = \frac{p.2\pi}{4\eta\ell}\int_0^r (r^2x - x^3)\,dx$$

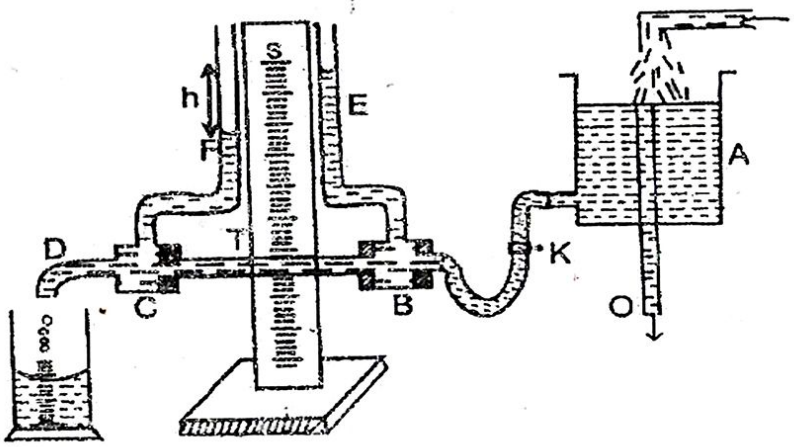
$$Q = \frac{\pi P}{2\eta l}\left[\frac{\pi^2 x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right]_0^{\pi}$$

$$\text{or, } \boxed{Q = \frac{\pi p r^4}{8\eta\ell}}$$

This is knows as Poiseuilles formula.

DETERMINATION OF COEFFICIENT OF VISCOSITY BY USING POISEUILLES FORMULA-

APPARATUS:-



The appratus for the determination of coefficient of viscosity by Poiseuilles method is shown in the above figure. A capillary tube T of uniform bore is fitted hori-zentally with a rubber band at each end. B and C are two wide brass tubes. The capillary T is connected toa outflow tube D through C and to a water vessel A through B and a rubber tube. The pressure difference between the ends of the capillary tube is recorded by the difference in the height of the liquid in the two limbs of the manometer.

प्वायसुली के सूत्र से श्यानता गुणांक की गणना के लिए प्रयुक्त उपकरण चित्र (1) में दिखाया गया है। एक समान बोर का कैविलरी ट्युब (T) जो कि एक रबर बैंड से दोंनों सिरों B तथा C से क्षैतिज जुड़ा हुआ है, दो ब्रास के चौड़े ट्युब हैं। कैपिलरी T एक बाह्य बहाव ट्युब D से C के द्वारा जुड़ा है तथा एक जलपात्र A से B तथा एक रबर ट्युब के तहत जुड़ा है। केशनली के अनृसिरों पर दाबान्तर मैनोमीटर में द्रव की ऊँचाई के अन्तर से रिकार्ड किया जाता है।

METHOD:-

With the help of a pinch cock K, a steady flow of water is maintained through the capillary tube such that water leaves the tube D in a slow trickle. water is collected in a measuring flask for a known time and hence water flowing through the tube per second is determined. The pressure difference P is directly read by the manomenter and will be equal to $h\rho g$. Now the coefficient of viscosity is determined by the formula

एक पिंच कॉक K की सहायता से एक स्थिर जल का बहाव कैपीलरी के तहत किया जाता है। जिसे पानी D के तहत स्लोटिकल में छोड़ा जाता है। पानी को एक मापक फ्लास्क में इकठ्ठा किया जाता है किसी निश्चित समय में और इससे प्रति सेकेंड ट्युब के तहत पानी का बहाव ज्ञात किया जा सकता है। दाबान्तर P सीधे मैनोमीटर से पढ़ा जा सकता है तथा यह $h\rho g$ के बराबर होता है। अब श्यानता गुणांक इस सूत्र से निकाला जा सकता है

$$\eta = \frac{\pi p r^4}{8Ql},$$

But $p = h\rho g$ therefore, we get $\eta = \left(\frac{\pi \rho g r^4}{8l}\right)\frac{h}{Q}$

Since r is involved with 4th power in the expression, extra care is taken to measure the diameter of the capillary with the help of a high power micro-scope.

चूँकि इस समी० में की चतुर्थ घात केशनली के व्यास की गणना में अत्यधिक सावधानी की जरूरत होती है। जो कि उच्च क्षमता के सूक्ष्मदर्शी से मापी जाती है।

PRECAUTIONS :-

(i) The pressure difference should be kept small to obtain stream line flow.
(ii) The tube should be long enough so that any non-uniformity of flow at the inlet be negligible.
(iii) The tube should be placed horizontally to avoid any effect of gravity.
(iv) The base of the tube must be narrow as the formula is not applicable for wide base tube. The reason lies in the fact that the wider tubes tend to promote turbulence, because the critical velocity is inversely proportional to the radius of the tube.

Ques(9) What is terminal velocity? Derive stokes formula for the terminal velocity of a small sphere falling though a viscous liquid.
(GKP-2002, 2012,2016)(SU-2016)

OR A steel ball is dropped into a long tube filled with a liquid. it starts

falling down words will it fill with an acceleration all along its path. Explain with reasons. **(2004)**

OR Write short notes on Stokes Law. **(2005, 2012,2014)**

OR State stoke's law for a falling sphere in a viscous medium. Obtain the expression for terminal velocity of the sphere in term of the coefficient of viscosity of the fluid. **(2010,2014)**

Sol^{n} : When a small solid body is allowed to fall under gravity though viscous liquid, the layer of the liquid in contact with the body tends to move with the velocity of the body while at a large distance from it the liquid layers are at rest. Thus the motion of the body develops relative motion between the layers of the liquid. It is opposed by the viscous force in the liquid which increases with the velocity of the body. When the weight of the body (downward) becomes equal to the viscous force (upward) plus the upthrust (upward) of the liquid on the body then the body falls with a constant velocity. It is calle dthe terminal velocity of the body.

जब एक छोटे ठोस पिण्ड को श्यान द्रव के तहत गुरूत्व के नीचे गिराया जाता है तो पिण्ड के संपर्क में स्थित द्रव का तल पिण्ड के वेग से गति करने लगता है जबकि पिण्ड से ज्यादा दूरी पर स्थित द्रव के तल विराम में रहते हैं। अतः पिण्ड की गति द्रव के तलों के बीच रिलेटिव सापेक्ष गति को उत्पन्न कर देती है। यह द्रव के श्यान बल के द्वारा विरोध की जाती है जो कि पिण्ड के वेग के साथ बढ़ता है। श्यान बल जब पिण्ड का भार नीचे की ओर , ऊपर की ओर अपथ्रस्ट (ऊपर) के योग के बराबर होता है। तब पिण्ड नियत वेग से गिरती है। इसे पिण्ड का सीमान्त वेग कहते हैं।

Stokes showed that if a small sphere of radius r is moving slowly with a terminal velocity v through a perfactly homogeneous fluid (of viscosity η) of indefnite extension then the viscous retarding force exerted upon the sphere is given by

स्टोक ने दिखाया कि यदि एक त्रिज्या का छोटा गोला सीमान्त वेग से किसी पूर्ण समांग द्रव (η श्यानता गुणांक) में धीरे–धीरे गति कर रहा हो तो श्यान रोधी बल जो कि गोले पर आरोपित होगा वह है

$$F = 6 \pi \eta r v$$

The expression may be obtained dimensionally. Let us put

$$F = k \eta^a r^b v^c$$

Where k is a dimensionless constant. Writing the dimensions formulas of the various quantities in the above equation, we get

$$[MLT^{-2}] = [ML^{-1}T^{-1}]^a [L]^b [LT^{-1}]^c$$
$$= [M^a L^{b+c-a} T^{-a-c}]$$

This equation must be dimensionally homogeneous, so equating the powers of M, L and T on two sides of the equation, we get-

$$1 = a$$
$$2 = b+c-a$$
$$-2 = -a-c$$

solving these three equations, we get -

$$a = 1, \ b = 1, \ c = 1$$

Thus $F = k \eta r v$

Stoke showed that if the extension of the fluid is infinite, then -

$k = 6 p$

Thus $\boxed{F = 6\pi\eta r v}$

This is stokes law. The condition for its validity are (i). The sphere should be small in size (ii) It should move slowly with a constant velocity, (iii) fluid must be homogeneous.

यह स्टोक का नियम है। इसके प्रयुक्तता की शर्तें हैं –(i) गोला आकार में छोटा होना चाहिए। (ii) इसे नियत वेग से धीरे–धीरे गति करना चाहिए। (iii) द्रव समांग होना चाहिए।

Suppose that a small sphere of radius r and density r is falling freelyfrom rest under gravitythrough a fluid of density and coefficient of viscocity ρ. when it attains the terminal velocity v, the force acting upon it are-

माना एक r त्रिज्या का छोटा गोला जिसका घनत्व ρ है विराम से स्वतंत्र रूप से गुरूत्व से एक σ घनत्व तथा η श्यानता गुणांक के द्रव में गिर रहा है। जब यह टर्मिनल वेग v को प्राप्त करेगा तो इस पर निम्न बल कार्य करेंगे :–

(i) downward force due to gravity = $(4/3)\pi r^3 \rho g$

(ii) upward throust due to buoyancy = $(4/3)\pi r^3 \sigma g$

(iii) Retarding viscous force (upward) = $6\pi r v \eta$.

Thus the net driving force is $4/3\ \pi\ r^3\ (\rho - \sigma)\ g$

As the sphere has attained a constant velocity (that is, zero acceleration) the net driving force must be equal to the retarding viscous force.

चूँकि गोला नियत वेग प्राप्त कर रहा है (अर्थात् त्वरण शून्य है) कुल प्रेरित बल रोधी श्यान बल के बराबर होगा। अर्थात्

Therefore,

$4/3\ \pi\ r^3\ (\delta - \sigma)\ g = 6\ \pi\ \eta\ r\ v$

or $$\boxed{v = \frac{2}{9}\ \frac{r^2 \rho\ (\delta - \sigma)\ g}{\eta}}$$

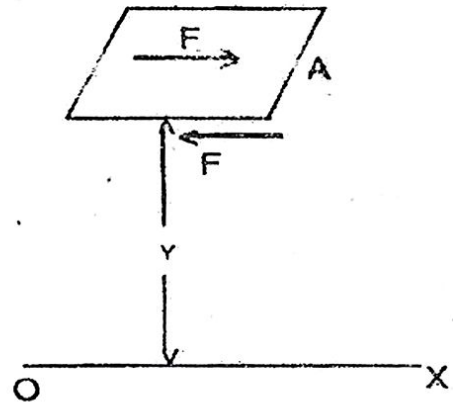
This is the expression for the terminal velocity of the sphere.

Ques(10) Define coefficient of viscosity and discuss the effect of pressure and temperature on it. (GKP-2000,2014)(SU-2016)

Sol^n: COEFFICIENT OF VISCOSITY :-

Consider a liquid flowing in a stream line over a fixed horizental plane OX. imagine a liquid layer in a plane A at a distance y from OX. The liquid above the plane A exerts a tangential viscousforce F on the plane A tending to drag it forward while the liquid below the plane exerts a viscous force F to drag it backward.

माना एक द्रव किसी क्षैतिज तल OX के अनुदिश धारा रेखीय बहाव में है। माना OX से y दूरी पर तल में एक द्रव की तल है। प्लेन A के उपर के द्रव एक बल उसको आगे करने के लिए लगाते हैं जबकि तल के नीचे के द्रव एक श्यान बल इसको पीछे करने के लिए लगाते हैं।



According to Newton's hypothesis

$F \alpha A (dv/dy)$

Where A is the area of the plane and dv/dy is the velocity gradient in the plane perpendicular to the direction of flow. Therefore

$F = \eta A (dv/dy)$

Where η is a constant called the coefficient of viscosity of the liquid. If A = 1, and dv/dy = 1 then η = F. Hence the coefficient of viscosity of a liquid is defined as the viscous force acting on unit area of a liquid layer having a unit velocity - gradient perpendicular to the direction of flow.

जहाँ η एक नियतांक है जिसे श्यानता गुणांक कहते हैं। यदि A = 1 तथा dv/dy = 1 तो F = η अतः किसी द्रव का श्यानता गुणांक को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है कि द्रव तल के प्रति इकाई क्षेत्रफल पर लगने वाले श्यान बल के बराबर जबकि तल बहाव की दिशा के लम्बवत इकाई वेग प्रवणता रखता है।

VARIATION OF VISCOSITY WITH TEMP :-

The viscosity of liquids, decreases with rise in temperature. For most of the liquids, the viscosity varies as given by Andrade's formula

किसी द्रव की श्यानता ताप के बढ़ाने से घटती है। कई द्रवों में श्यानता ऐन्ड्रैड के सूत्र के तहत बदलती है अर्थात्

$$\eta\, p^{-1/3} = A\, e^{Cp/T}$$

Where *p* is the density of liquid T is the absolute temp and A and C are constant.

On the other hand, the viscosity of gases increases with rise in temp The viscosity of gases according to the following suthernland's formula

$$\eta = \eta_0 \frac{k\ T^{1/2}}{1 + S/T}$$

Where n_0 is the viscosity at 0^0C and k and S are constant.

VARIATION OF VISCOSITY WITH PRESSURE :-

For moderate pressure the viscosity of a gas is independent of pressure. At very low pressures, the viscosity of gas rapidly decreases with decrease of pressure. At very high pressures, the viscosity of a gas increases with increase of pressure.

सामान्य दाब के लिए गैस की श्यानता दाब से स्वतंत्र होती है। बहुत कम दाब पर गैस की श्यानता तेजी से दाब के घटने पर घटती है। बहुत अधिक दाब पर गैस की श्यानता दाब के साथ बढ़ती है।

Ques(11) Describe Jaegers method for the determination of surface tension of water comment on the merit of this method. (2001, 2012,2015)

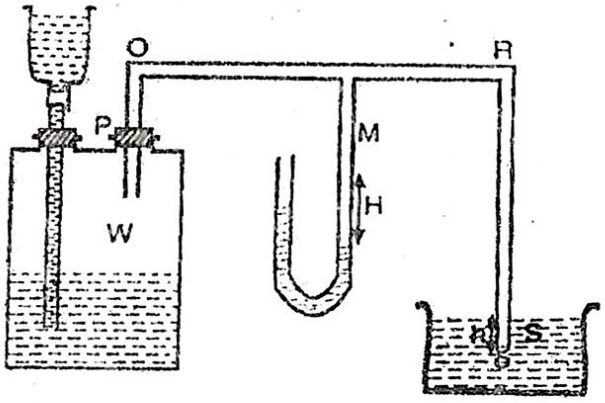
Sol^n : JAEGER'S METHOD :- By forming a bubble inside a liquid and measuring the excess pressure p (=2T/R) jaeger was able to determine the surface

tension of a liquid. it can also be used to study the variation of surface tension with temperature.

किसी द्रव में बुलबुले निर्माण कर के तथा अधिक्य दाब p (=2T/R) को आकलित करके जैगर ने द्रव के पृष्ठ तनाव की गणना किया। उन्होंने ताप के साथ पृष्ठ तनाव के बदलाव को भी अध्ययन किया।

APPARATUS :-

The apparatus, used for this purpose is shown in the following figures. It consist of woult's bottle W. In one mouth of the bottle, a dropping funnel, contaning water, is fitted and in the other a glass tube PQRS. To this tube a manometer M is connected which contains a liquid of low density, sothat the difference in the levels of the liquid in its



limbs may be large for a given pressure difference. The end S of the tube is drawn into a fine capillary and its top is cut perpendicular tothe axis of the tube and quite smooth so that there appears no roughness even when seen under a microscope. The opening S of the tube lies at a depth of 4 to 5 cm inside the liquid, of which the surface tension is to be determined.

इस उद्देश्य के लिए प्रयुक्त उपकरण चित्र (1) में चित्रित है। इसमे एक बुल्ट की बोतल W है। बोतल के एक मुँह में एक बूँद कीप ड्रापिंग फनेल जो कि पानी को रखता है, जोड़ा जाता है, जबकि दूसरे में एक ग्लास ट्यूब PQRS इस ट्यूब के साथ एक मैनोमीटर, जो कि एक कम घनत्व के द्रव को रखता है, जुड़ा रहता है। जिससे किसी दिये हुए दाबान्तर पर द्रव के लेयर मे अंतर ज्यादा हो सकता है। ट्यूब का सिरा S एक अच्छे केशनली में अंदर जाता है और इसका उपरी भाग ट्यूब के अक्ष के लम्बवत कट किया जाता है तथा यह इतना चिकना होता है कि सूक्ष्मदर्शी से देखने पर भी खुरदरापन दिखाई नहीं देती है। ट्युब की सिरा S द्रव 4 से 5 सेमी गहराई में होती है। जिस पर पृष्ठ तनाव की गणना की जाती है।

THEORY :-

Let P be the atmospheric pressure. Now consider the equilbrium of the bubble just before breaking.

The pressure inside the bubble = $P + H\rho g$

Where H is the maximum difference of the levels of the liquid in the manometer and ρ its density.

The presure outside the bubble = $P + hdg$

Where h is the depth of orifice S below the free surface of the experimental liquid and d its density.

Excess of pressure inside the bubble = $H\rho g - hdg$

But at the excess of pressure inside the bubble = $2T/r$

Therefore,

$$2T/r = (H\rho - hd)g$$

or $$T = (H\rho - hd)rg/2$$

Thus by knowning the values of various quantities, we can calculate the value of T for the given liquid.

अतः इस समी० में विभिन्न मात्राओं का मान जानकर हम किसी द्रव के पृष्ठ तनाव T की गणना कर सकते हैं।

MERITS :-

(i) The radius of the capillary tube is required at the opening S. Hence errors due to non-uniformity of base are avoided.

(i) केशनली के त्रिज्या सिरों S पर आवश्यक होती है अतः आधार की असमानता के कारण त्रुटि को नाकारा जा सकता है।

(ii) The liquid surface is continually renewed due to the emergence of bubbles. Thus the error due to contamination of the surface is avoided.

(ii) बुलबुले बनने के कारण द्रव का सतह लगातार नया रहता है। अतः तल के अशुद्धि के कारण गलती नाकारी जा सकती है।

(iii) Variation of surface tension with temperature, concentration of solutions can be studied and the surface tension of molten metals can also be determined.

(iii) पृष्ठ तनाव का ताप के साथ बदलाव, घोल की सांद्रता की गणना की जा सकती है तथा माल्टन धातु के पृष्ठ तनाव की भी गणना की जा सकती है।

(iv) The method does not involve the angle of contact.

(iv) विधि स्पर्श कोण को नहीं रखती है।

Ques(12) What is surface tension? Derive an expression for the rise of a liquid in a capillary tube.? (2002)

Or

A capillary tube of radius r is dipped into a liquid of dencity d and surface tension T. Derive an expression for the height H of liquid in the capillory. (2004)

OR

Write short notes on capillarity. (2009,2013)

Sol^n For definition of surface tension see question no. (1)

EXPRESSION FOR THE RISE OF A LIQUID IN A CAPILLARY TUBE-(CAPILLARY ACTION)-

When a capillary tube open at both ends is dipped into a liquid vertically, the liquid inside it either rises or falls due to surface tension effects. This phenomenon is known as capillary action and due to this reason, surface tension is some time called capillarity. For example, water rises inside a glass capillary tube whereas mercury is depressed inside it below the outside level.

जब दोंनों सिरों पर खुला केशनली किसी द्रव में उर्ध्वाधर डुबाया जाता है तो पृष्ठ तनाव प्रभाव के कारण इसमें द्रव या तो उठता है या गिरता है। इस परिघटना को केशिकात्व कहते हैं। और इस कारण से पृष्ठ तनाव को कभी–कभी कैपिलरिटी भी कहते हैं उदाहरण के लिए किसी ग्लास केशनली में पानी उठता है जबकि पारा गिरता है।

We know that due to cohesive and adhesive force the surface of the liquid inside the capillary tube is curved. For a liquid molecule the excess pressure p on the concave side of the curved surface is

हम जानते हैं कि ससंजक तथा आसंजक बल के कारण केशनली मे द्रव का सतह वक्राकार रहता है। किसी द्रव के अणु के लिए वक्राकार सतह अवतल पर अधिक्य दाब होगा

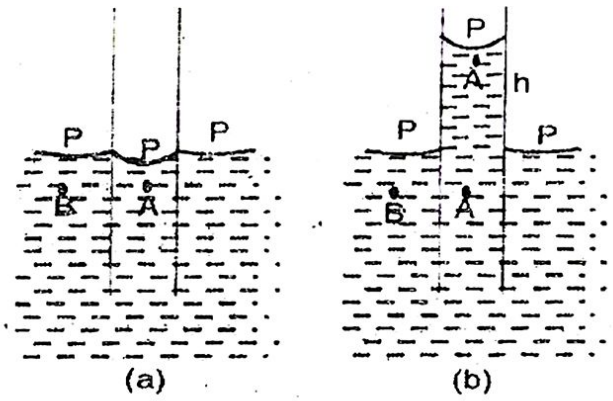
$$p = T\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = \frac{2T}{R} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

Where $r_1 = r_2 = R$ be the radius of the curved surface of liquid molecule. Now we consider two cases one for concave surface and other for convex surface.

जहाँ $r_1 = r_2 = R$ द्रव अणु के वक्राकार तल की त्रिज्या है। अब हम दो केसेज, एक अवतल तल के लिए तथा दूसरा उत्तल तल के लिए विचार करेंगे–

CASE I CONCAVE SURFACE :-

Let the capillary tube which is dipped in the liquid having concave



The pressure on the liquid surface inside and outside the capillary is the atmospheric pressure P. The pressure at the point A just below the curved surface is (P - 2T/R). Since the liquid surface outside the capillary is plane therefore, the pressure at the point B is P. The point A and B are lies in the same plane and therefore in equilibrium the pressure at all point lying in the same level must be equal. Thus the liquid moves towards A and rises up in the capillary to a height h, so that the net pressure at A is equal to that at B. Therefore-

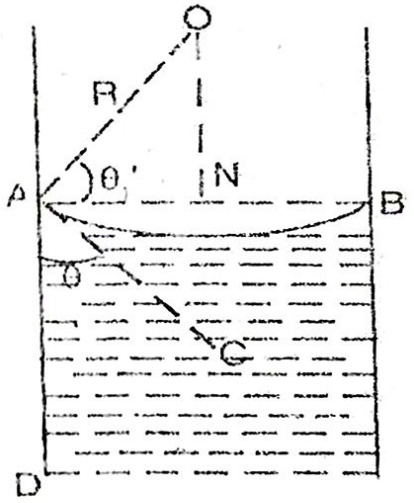
माना केशनली जो कि द्रव में डुबाया गया है अवतल सतह रखता है। केशनली के अंदर तथा बाहर सतह द्रव सतह पर वायुमंडलीय दाब P होगा। वक्राकार सतह ठीक नीचे बिन्दु पर दाब (P - 2T/R) होगा। चूँकि केशनली के बाहर द्रव तल समतल है अतः बिन्दु B पर दाब P होगा। चूँकि बिन्दु A तथा B एक ही तल में रहते हैं अतः साम्यावस्था में समान ऊँचाई में सभी बिन्दुओं पर दाब समान होगा। अतः द्रव A की तरफ गति करेगा तथा केशनली मे ऊँचाई h तक ऊपर उठेगा, जिससे A पर कुल दाब B के बराबर होगा।

Pressure at A = pressure at A' + $h\rho g$ $= \left(P - \frac{2T}{R}\right) + h\rho g$

Where r is the density of the liquid. The pressure at B is equal to the atmospheric pressure P, therefore we have-

$$P = \left(P - \frac{2T}{R}\right) + h\rho g \quad \Rightarrow \quad h = \frac{2T}{h\rho g} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

The radius of curvature R can be expressed in term of the radius r of the capillary and the angle of contact θ with the help of following figure.



In figure $\angle CAD = 90 - \theta$

$\therefore \angle OAC = \angle OAD - \angle CAD = 90 - (90 - \theta) = \theta$

In the right angle triangle OCA

$$\text{Cos } \theta = r/R$$

or,
$$R = r/\text{Cos } \theta$$

substituting the value of R in eqn (2), we get

$$\boxed{h = \frac{2T \text{ Cos } \theta}{\rho rg}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

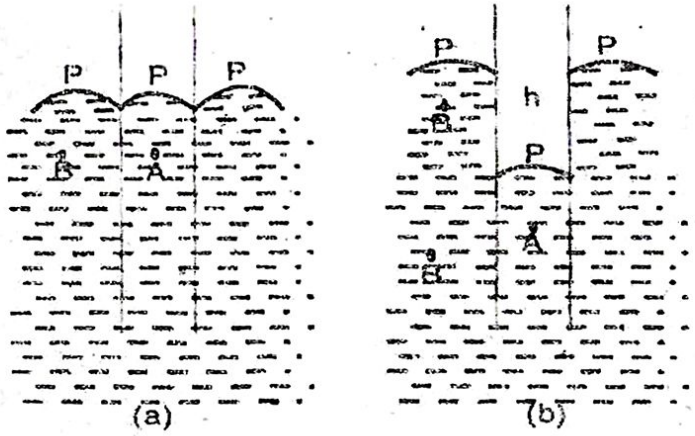
It is clear from the above eqn that the height of the liquid rises up in the capillary is inversely propartional to the radius of the capillary.

CASE II CONVEX SURFACE :- Let the capillary tube which is dippied in the liquid having convex surface. Since the surface is convex therefore the pressure at the point A just below the curved surface is (P + 2T /R).

माना केशनली जो कि द्रव में डुबाया गया है उत्तल सतह रखता है। चूंकि तल उत्तल है अतः वक्राकार तल के ठीक नीचे बिन्दु A पर दाब (P+2T/R) होगा।

The point A and B are lie in the same plane but have different pressures. Therefore the liquid moves towards B and falls down in the capillary to a distance h, so that the pressure at the point A' and B', lying in the same plane are equal.

चूँकि बिन्दु A तथा B एक ही तल में है परन्तु दाब अलग–अलग है। अतः द्रव B की तरफ गति करेगा और केशनली में h दूरी तक गिरेगा जिससे A' व B' बिन्दुओं पर दाब समान होगा जो एक ही तल में है।



Therefore- Pressure at B' = Pressure at B + $h\rho g$

But the pressure at B' = pressure at A' = (P + 2T/R)

Therefore we have $P + 2T/R = P + h \rho g$

$\Rightarrow$ $h = 2T / R\rho g$ ---------(4)

The radius of curvature R can be expressed in term of radius r of the capillary and the angle of contact with the help of following figure. In figure

$\angle$ EAC = 180 - $\angle$ CAF = 180 - θ

$\angle$ CAD = 90- $\angle$EAC=90- (180- θ) = (θ - 90)

Therefore,

$\angle$ OAD = 90 - $\angle$ CAD

= 90 - (θ - 90) = (180- θ)

In the right angle triangle OAD

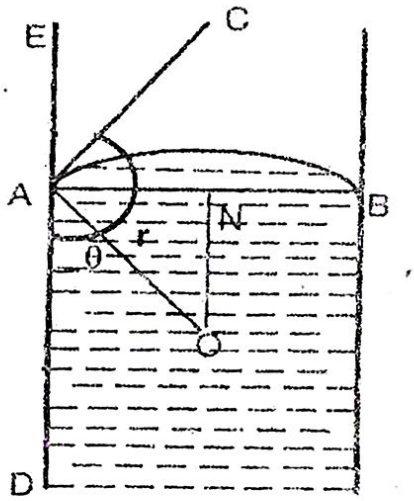
Cos (180- θ) = r /R

$\Rightarrow$ - Cos θ = r /R

$\Rightarrow$ R = - r /Cos θ

Now from eqn (4) we get,

$$h = -\frac{2T\cos\theta}{\rho g r} \quad ....(5)$$



Here the negative sign show that the distance is measured in the downward direction.

Thus the height h is given by

$$\boxed{h = \frac{2T\cos\theta}{\rho g r}}$$

Thus the distance of the liquid fallen down in the capilary is inversely proportional to the radius of the capillry.

Ques(13) Two spherical soap bubbles coalesce. If V is consequent change in the volume of the contained air and S is the charge in the total surface area, show that 3 PV + 4 ST = 0 Where T is the surface tension of the soap solution and P is the atmospheric pressure. (2003)

Sol^n Let r_1 and r_2 be the radii of two spherical bubbles. The total pressure inside the bubbles are

$p_1 = P + 4T/r_1$

and $p_2 = P + 4T/r_2$

The volume of the bubbles are =

$v_1 = 4/3\, \pi r_1^3$

$v_2 = 4/3\, \pi r_2^3$

Let R be the radius of the combined bubble. The pressure inside the combined bubble is $p = P + 4T/R$

The volume of the combined bubble

$$v = 4/3\ p\ R^3$$

At constant temperature, we have from the Boyle's law,

$p_1v_1 + p_2v_2 = pv$

or, $$\left(P+\frac{4T}{r1}\right)\frac{4}{3}\pi r_1^3+\left(P+\frac{4T}{r_2}\right)\frac{4}{3}\pi\ r_2^3=\left(P+\frac{4T}{R}\right)\frac{4}{3}\pi R^3$$

$$P=\left(\frac{4}{3}\pi r_1^3+\frac{4}{3}\pi r_2^3-\frac{4}{3}\pi R^3\right)+\frac{4T}{3}\left(4\pi r_1^3+4\pi r_2^3-4\pi r_2^3\right)=0$$

But the change in the volume

$$V=\left(\frac{4}{3}\pi r_1^3+\frac{4}{3}\pi r_2^3-\frac{4}{3}\pi R^3\right)$$

and change in the surface area- $S = 4\pi r_1^2 + 4\pi r_2^2 - 4\pi R^2$

Therefore, $PV + (4T/3)\,S = 0$

or, $3PV + 4TS = 0$ **Proved**

Ques(14) Explain why oil drop placed over water spread all over the surface of water (2000)

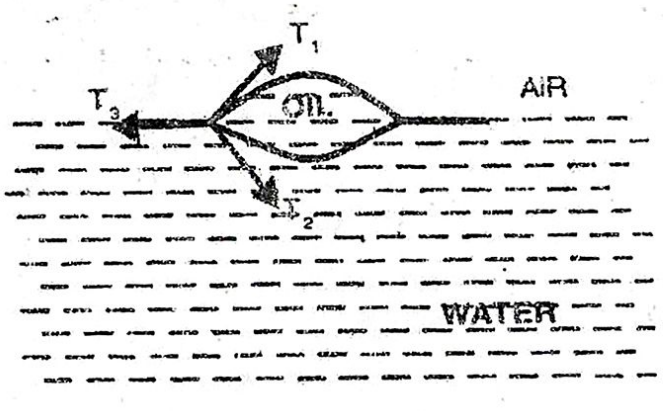
Sol^n : OIL DROP ON WATER SURFACE :-

Whe two nonmiscible liquids are brought into contact, like a drop of oil upon the surface of water, there are (1) Oil-air boundary (2) Water-air boundary and (3) Water oil boundary. Each surface possesses free energy. Free energy per unit area is equal to the surface tension of that boundary.

जब दो अमिश्रणीय द्रव ऐक दूसरे के सम्पर्क में लाए जाऐ जैसे जंल के सतह पर ऑयल ड्राप तब वहाँ होंगे। (1) तेल वायु सीमा बाऊड्री, (२) जल हवा सीमा तथा (3) जल आयल बाऊड्री

Let T_1, T_2, T_3 are the surface tensions of oil-air, water-oil and water-air boundaries respectively, Their directions at a common point of contact is shown in the following figure.

माना T_1, T_2, T_3 क्रमशः तेल–हवा जल–तेल तथा जल–हवा के पृष्ठ तनाव हैं। किसी समान स्पर्शबिन्दु पर इनकी दिशायें निम्न चित्र (1) में दिखाई गई हैं।



Suppose that the oil spread a little over water so that oil-water and oil-air bound aries increases, each by ds(say).

Simultaneously water air boundary decreases by the same amount. Hence the energies of oil-water and oil-air boundaries increase by $T_2 ds$ and $T_1 ds$ respectively and that of water-air boundary decreases by $T_3 ds$.

Net increase in potential energy $=(T_2 + T_1 - T_3)\, ds$

The equilibrium of a system is stable when its potential energy is minimum. Oil will spread on water only if it results a decrease in potential energy. Therefore $(T_2 + T_1 - T_3)ds$ is a negative quantity.

or, $T_3 < T_1 + T_2$

Hence oil drops placed over water spreads all over the surface of water becauses $T_3 < T_1 + T_2$

Ques(15). Explain why small drop of mercury on a plane glass sheet are spherical in shape but large drops of it are flat at the top. (2000)

Sol^n The shape of a drop on a horizontal surface is governed by surface tension and gravity. It assumes a shape in which its total potential energy is a minimum. If surface tension alone were acting, the potential energy would have been a minimum when the surface area of the drop was minimum and drop would have been spherical. If gravity alone were acting, the drop would have spread out to bring its centre of gravity at the lowest position and making gravitational potantial energy minimum. These two effects result the shape of the drop so that the sum of the potential energy due to surface tension and gravity is a minimum.

For small drops of mercury, potential energy due to gravity is insignificant in comparison with that due to surface tension and the drops are spherical. For large drops, the gravity plays role and the drops are flattened at the top. For very large drops the potential energy only due to gravity is significant and the drops spread out flat.

किसी क्षैतिज सतह पर बूदँ का आकार पृष्ठ तनाव तथा गुरुत्व पर निर्भर करता है। यह ऐसा आकार ग्रहण करता है जिसमे कुल स्थितिज उर्जा न्यूनतम होती है। यदि अकेले पृष्ठ तनाव कार्य कर रहा हो तो स्थितिज उर्जा न्यूनतम हो जिससे बूदँ गोलीय हो जाता है। जब अकेले गुरुत्व कार्य कर रहा हो तो बूदँ इस प्रकार फैलता है कि इसकी गुरुत्व केन्द्र न्यूनतम स्थित में हो जिससे गुरुत्वीय स्थितिज उर्जा न्यूनतम हो।

छोटी बूदों के प्रभावो से बूदँ का आकार निर्धारित होता है जिससे पृष्ठ तनाव के कारण स्थितिज उर्जा तथा गुरुत्व के कारण उर्जा का योग न्यूनतम हो भारे के छोटे बूदँ के लिए गुरुत्व के कारण स्थितिज उर्जा पृष्ठ तनाव के कारण स्थितिज उर्जा की तुलना मे महत्वहीन होता है जिससे बूदँ गोलीय होता है। पारे की बड़ी बूदँ चोटी पर चौड़ा होता है। बहुत ज्यादा बड़े बूदँ के लिए केवल गुरुत्व के कारण स्थितिज उर्जा की महत्व होती है

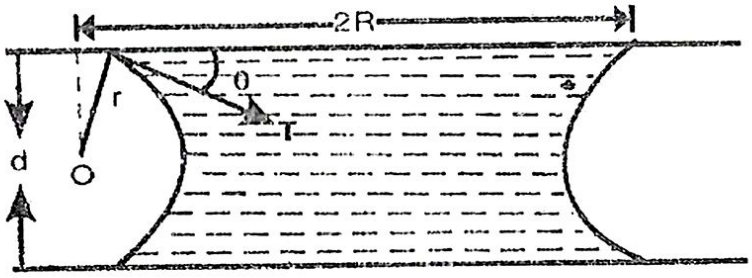
Ques(16) Explain why to pull apart the two platesof glass placed one over other one needs considerable force when a drop of water is placed between them and squeezed into a thin layer. (2000)

Or

A great force is required to draw aport normally two glan plotes having a thin water film between them. Explain. (2005, 2011)

Sol^n When a small drop of water is placed between two glass plates placed one

over the other, it forms a thin film. It is concave outwords along its boundary.



जब जल की एक छोटी बूँद दो काँच की प्लेटो, जो कि एक दूसरे के उपर हैं, के बीच रखी जाती है तब यह एक पतली फिल्म का निर्माण करती है। अपनी सीमा पर यह बाह्य दिशा में अवतल होती है।

Let the radii of curvature of the enclosed film are R and r in two perpendicular directions. The pressure inside the film is less than the atmospheric pressure outside by an amout p.

माना दो लम्बवत दिशाओ मे जड़ित फिल्म के वक्रता त्रिज्या R तथा r है।

फिल्म के भीतरी दाब बाहर वायुमण्डलीय दाब से P मात्रा मे कम होता है। जबकि

$$p = T\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$$

where T is the surface tension of the liquid. The negative sign for R is taken because the two centres of curvature are on opposite sides of the film.

As R >> r, so 1 /R is negligible and

जहाँ द्रव का पृष्ठ तनाव है। R के लिए ऋणात्मक चिह्न लिया गया है क्योकि दोनो वक्रता केन्द्र पर फिल्म की विपरीत दिशाओ में है।

$$p = \frac{T}{r} \qquad \text{.....(1)}$$

If θ is the angle of contact for water and glass then

$$\cos\theta = \frac{d/2}{r}$$

d is the seperation of plates.

or, $1/r = 2\text{Cos}\,\theta/d$

putting the value of 1 /r in equatin (1), we get

$$p = 2T/d\ \text{Cos}\,\theta$$

For pure water and clean glass, cos θ = 1,

$$\therefore \quad p = \frac{2T}{d}$$

Thus the upper plate is pressed down wards by an excess pressure (outside) 2T /d. If A is the area of the plate wetted by the film, the resultant force F pressing the upper plate downward is given by

$$F = \text{excess pressure} \times \text{area}$$
$$= (2T/d) \times A$$

For plane surfaces, d is very small and so the pressing force F is very large. Therefore, it is difficult to pull apart the two plates.

F समतल पृष्ठ के लिएए बहुत कम होगा जिससे द्रावित बल F बहुत ज्यादा होगा। अतएव दोनो प्लेटो को एक दूसरे से अलग करना कठिन होगा

Ques (17) Explain why a larger dust particle falls faster than a smaller one in.air. (2002)

Or

Explain why rain drops falling under gravity do not acquire very high velocity. (2005)

Sol^n The rain drops are formed by the condensation of water vapour on dust particles. When rain drops fall under gravity, their, motion is opposed by the vis cous drag in air. as the rain drop falls with increasing velocity, the viscus drag increases and finally becomes equal to the effective force of gravity. The drop then attains constant terminal velocity v.

वर्षा की बूँदे धूल के कणों पर जल वाष्प के संघनन से प्राप्त होती हैं। जब वर्षा की बूँद महत्व के तहत गिरती हैं उनकी गतिका हवा में श्यान ड्रैग के द्वारा विरोध की जाती है। जब वर्षा की बूदें बढ़ते वेग से नीचे गिरती हैं श्यान ड्रैग भी बढ़ता जाता है और अन्त में यह गुरुत्व के प्रभावी बल के बराबर हो जाता है। तब नियत सीमान्त वेग v को प्राप्त करता है।

If r is the radius of the drop and ρ its density then the various forces acting on the drop are :

यदि बूदें की त्रिज्या तथा इसकी घनत्व हो तो पर कार्यरत श्यान

(i) its weight acting down

$= (4/3)\pi r^3 \sigma g$

(ii) Upwards upthroust of the air

$= (4/3)\pi r^3 \sigma g$

(iii) starting viscus drag $= 6\pi\eta rv$,

Where η and σ are coefficient of viscosity and density fo air respectively.

Since the drop is falling with a constant velocity, we get

$6\pi\eta rv = 4/3\,\pi r^3(\rho - \sigma)g$

$$V = \frac{2}{9}\frac{r^2(\rho-\sigma)g}{\eta}$$

or, $v \propto r^2$

As the radii of the rain drops are very small, therefore their terminal velocities are also very small. When the water vapours. are condensed on the dust particles the drops are very small. At that time the velocity of these drops are so small that they appear to float in the sky. Then these are called clouds.

चूंकि वर्षा के बूंद की त्रिज्या बहुत कम होती है अतः एव उनकी सीमान्त वेग भी बहुत कम होगी। अतः जब जल वाष्प धूल के कणो पर सघनित होंगी बूंद बहुत छोटे होंगे। उस समय इन बूंदो का वेग इतना कम होगा कि ये आकाश में तैरते हुए प्रतीत होंगे। तब उस केस में हम इन्हे बादल कहेंगे।

A large dust particle acquires a larger velocity v and therefore falls faster than a smaller one in air due to same reason.

बड़े धूल के कण ज्यादा वेग प्राप्त करेगें अतः समान कारणो से वे छोटे कणो की अपेक्षा ज्यादा तेज गिरेंगे।

Ques(18).Explain surface tension and surface energy. Calculate the differemce of pressure across an element of principal surface of a liquid in terms of surface tension and prencipal radius of curvature of the element. (GKP-2005,2013)(SU-2016)

Sol^n: SURFACE ENERGY :- When the surface of a liquid is extented, molecules from the interierrises to the surface againet the inward cohesive Force of attraction. Therefore mechanical work is done on the molecules which is stored as potential energy in the new surface format. Further, in extension of the surface, its temperature decreases. Therefore heat flows into it from the surrounding to keep its temp constant. It is also added to its energy. In this way the extended surface of a liquid posses potential energy due to mechanical work and heat energy absorbed from surroundings. This total energy per unit surface area is called the intrinsic surface energy.

जब किसी द्रव के सतह (पृष्ठ) का विस्तार किया जाता है तो द्रव में अणु नीचे से नीचे की ओर कार्यरत संसजक बल के विरूद्ध, ऊपर की ओर उठने लगते है। अतः एक यांत्रिक कार्य अणुओं पर लगता है जो कि नये पृष्ठ के स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित रहता है। पुनः पृष्ठ के विस्तार में, द्रव का तापमान गिरता है। अतः वातावरण द्वारा ऊष्मा का प्रदान किया जाता हैं जिससे कि द्रव का तापमान नियत रहे। जों कि इसकी ऊर्जा में भी वृद्धि करता है। इस प्रकार द्रव को विस्तारित पृष्ठ के यांत्रिक कार्य तथा वातावरण से ऊष्मीय ऊर्जा के अवशोषण के कारण स्थितिज ऊर्जा होता है। यह प्रति एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल की सम्पूर्ण ऊर्जा पृष्ठीय ऊर्जा कहलाती है।

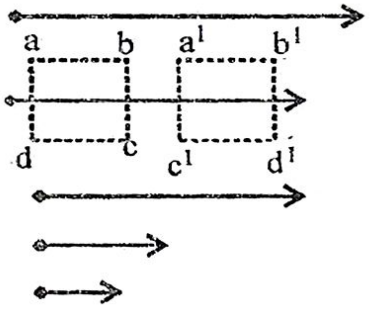
Note: The remaining port of this question see question no. (1)

Ques(19).Define viscosity and derive an expression for coefficient of viscosity in Poissevittes method. Give a spetch of the method. (Do not describe the experimental procedere) State the main conditions to obtains good result. (2004)

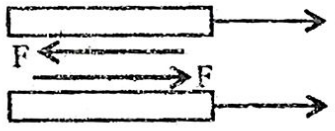
Sol^n: VISCOSITY :- When a fluid flowes, that is a relative motion between the adjacent layers, of the fluid takes place, internal tangential forces opposing this relative motion develop. These forces are called the Viscous forces. The magnitude of these forces is defferent for different fluids.

जब कोई तरल पदार्थ प्रवाहित होती है तो तरल के विभिन्न परतों के बीच सापेक्ष गति होती है। आन्तरिक स्पर्शरेखीय बल इस प्रकार के सापेक्षिक गति का विरोध करता है। ये बल श्यान बल कहलाते हैं। श्यान बल का परिमाण भिन्न–तरल पदार्थों के लिए भिन्न होता है।

Consider a stream of liquid flowing over a fixed horizontal surface. The layer in contact with the surface is at rest while the velocity of other layers increases uniformaly from bottom to top. The lenght of the arrow show the incressing velocity.



(a)



(b)

माना एक द्रव का स्थिर क्षैतिज तल पर धारा प्रवाह हो रहा है। परत जो कि पृष्ठ के सम्पर्क में है विरामावस्था में है। जब कि अन्य परतों का वेग नीचे से ऊपर को जाने पर बढ़ता जाता है। तीर की लम्बाई, बढ़े हुए वेग को दर्शाती है।

Imagine a position of the liquid at some instant having. the shape abcd. It is deformed to the shape a'b'c'd' after a moment. This deformation increases contineously. In this way, the flowing of a liquid is constituted by the sliding of parallel layers over each other. Fig. 1(b) showses two such layers. The lower layer exerts a viscous force (F) on the upper layer tending to drag it backword on the other hand, upper layer exerts an equal viscous force on the lower layer tending to drag it forward. It means that the vircous forces have the tendency to destroy the relative motion between the layers, and stopping the liquid flow. To keep the liquid flowing some external force must be applied to nutralise the effect of viscose force. The properly of a liquid owing to which it opposes the relative motion of its various parts is called viscosity.

द्रव के किसी भाग abcd की किसी क्षण कल्पना करें। कुछ समय पश्चात् यह a'b'c'd' आकार का हो जायेगा। यह पुर्ननिर्माण निरंतर बढ़ता जाता है। इस प्रकार द्रव का प्रवाह समान्तर परतों का एक –दूसरे के ऊपर फिसलने से होता है। चित्र 1(b) इस प्रकार के दो परतों को दर्शाता है। नीचे वाला परत ऊपर वाले परत पर एक श्यान बल F लगाता है जो कि ऊपरी परत को पीछे धकेलता है। जबकि ऊपरी वाला परत नीचे वाले परत समान श्यान बल F आरोपित करता है जो कि इसे आगे की ओर धकेलता अर्थात् श्यान बल परतों के बीच सापेक्षिक गति को दूर करता है तथा धारा के रुकने से रोकता है। द्रव का वह गुण जो कि इसमें सापेक्षिक गति का विरोध करता है उसे श्यानता कहते हैं।

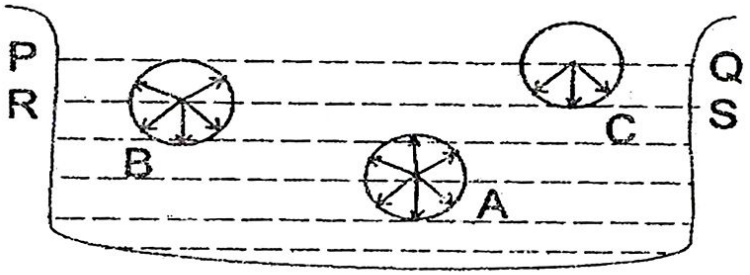
Ques(20) Given the molecular interpretation of surfacetension of a liquid.
(2006,2015)

Sol^{n} : The forceofattraction acting betweenthe molecules of the same material is called cohesive force and the force of attractionbetween the molecules of different materials is called adhesive force.

समान पदार्थो के अणुओं के बीच लगने वाले आक-र्ण बल को ससंजक बल कहते हैं अलग-अलग पदार्थो के अणुओं के बीच लगने वाले बल को असंजक बल कहते हैं।

Let us consider three molecule A, B and C of a liquid in a containes as shown in the following figure.

किसी पात्र में रखें द्रव के तीन अणु ए,बी तथा सी ले जैसा कि चित्र में दिखाया गया हैं।



The molecule A lies completely inside the liquid has net resultant cohesive force is zero. the molecule Bwhich is lies partly out side the liquid has some resultant force in downward direction. Now consider the molecule C halt of which is lies outside the liquid. this molecules is attracted by a maximum force in the downward direction.

अणु A पूर्ण रूप से द्रव के अन्दर स्थित हैं जिस पर परिणामी ससंजक बल शून्य हैं अणु B जो कि

आंशिक रूप द्रव से उपर स्थित होने कारण परिणामी बल नीचे की तरफ कार्यरत है। अणु [illegible] भाग द्रव से उपर हैं। यह अणु अधिकतम बल से नीचे की ओर आकर्षित होगा।

Now consider a plane RS parallel to the free surface PQ at a distance equal to the radius of the sphere. Ths layer of the liquid between the plane PQ and RS μ_0 in known as surface film. A molecule lyingin the free surface PQ expreicen maximum force in downward directing. Thus to move a molecule from the interior of the liquid to the plane RS nowork is needed. But to move a molecule above the plane RS the work is to be done againest the force acting on themoelcule in the downward direction. Thereforae the potential energy of the moleucles is increases abovethe plane RS. The potential energy of the material below the plane RS is zero. But a system willbe in state of stable equilibrium when it hasa minimumpotential energy.

Hence a liquid surface has the tendency to keep minimum molecules on its surfaces it may have minimum potential energy. In other wards one can say that it has the tendency of attaining least area. This tendency of liquid surface is called surfacetension.

अब स्वतंत्र तल pq से गोले की त्रिज्या की दूरी पर pq के समान्तर एक तल rs ले। तल pq तथा rs के बीच की द्रव की परत को पृ-ठ फिल्म कहते हैं। स्वतंत्र पृ-ट pq पर स्थित अणु अन्दर की तरफ अधिकतम आक-र्षण बल का अनुभव करता हैं। इस प्रकार द्रव के आन्तरिक भाग से तल आर एस तक किसी अणु के जाने में कोई कार्य नहीं होता हैं लेकिन आर एस से ऊपर किसी अणु को जाने उस पर कार्य अन्दर की ओर लगने वाले बल के विरूद्ध कार्य करना पड़ता हैं। इस प्रकार तल आर एस के ऊपर अणु की स्थितिज ऊर्जा बढ़ जाती हैं। तल आर एस के नीचे अणुओं की स्थितिज ऊर्जा शुन्य होती हैं। किन्तु काई निकाय साम्यावस्था में होता हैं यदि निकाय की स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम होती हैं। इस प्रकार किसी द्रव की पृ-ठ की यह प्रवृत्ति होती हैं कि पृ-ठ पर न्यूनतम अणु हों। जिससे की इसके पृ-ठ की न्यूनतम स्थितिज ऊर्जा हों। अन्य शब्दो में इससे प्रकृति न्यूनतम क्षेत्रफल ग्रहण करने की प्रवृत्ति होती हैं और द्रव के पृ-ठ की यह प्रवृत्ति पृ-ठ तनाव कहलाती हैं।

Ques(21) Explain the terms: streamline motion,terminal velocity, surface energy. (2015)

Sol^n : Stream Line Motion:– It is a special type ofmotion in the steady flow of liquid. In this type of flow, velocity of liquid at any fixed point remain constant and it does not change with time. All the particle passing throuh this point follow the same path which we called stream line. A stream line may be straight or curved depending on the presure. In every layer of a liquid we have large number of such stream line parallel to each other. In such type of flow, liquid particle of one layer can not enter to the second layer.

<u>धारा रेखीय गति</u> :– यह द्रवों की व्यवस्थित प्रवाह में एक विशे-। प्रकार की गति हैं। इस प्रकार के प्रवाह में किसी भी निश्चित बिन्दु पर द्रव के प्रवाह का वेग नियत रहता हैं तथा इसमें समय के साथ परिवर्तन नहीं होता हैं। धारा रेखीय गति सीधी या वक्र दोनों हो सकती हैं जो कि दाब पर निर्भर करता हैं। द्रव की प्रत्येक परत में बहुत अधिक संख्या में इस प्रकार के समान्तर धारा रेखायें होती हैं। इस प्रकार की गति में एक परत का कण दूसरे परत में प्रवेश नहीं करता हैं।

(Stream Line Motion)

Terminal Velocity:– When a small solid body is allowed to fall under gravity through viscous liquid, the layer of the liquid in contact with the body tends to move with the velocity of the body while at a large distance from it the liquid layer are at rest. Thus the motion of the body develops relative motion between the layer of the liquid. It is opposed by the visccous force in the liquid which increases with the velocity of the body.When the weight of the body (downward) becomes equal to the viscous force (upward) plusthe upthrusdt (upward) of the liquidon the body, then the body falls with a constant velocty.It is called the terminal velocity. The expression far the termianl velocity of the body is

टर्मिनल सीमान्त वेग:- जब कोई छोटा ठोस पिण्ड किसी श्यान द्रव में गुरूत्वीय त्वरण में अन्तरर्गत गिरता हैं तो पिण्ड के सम्पर्क वाले परत पिण्ड के वेग से गति करने की कोशिश करते हैं जबकि अधिक दूरी वाले परत विराम में होते हैं। इस प्रकार पिण्ड की गति द्रव के विभिन्न परतों में सापेक्षिक गति उत्पन्न करता हैं। श्यान बल द्वारा इस विरोध किया जाता हैं जोकि पिण्ड के वेग के साथ बढ़ता हैं। जब पिण्ड का भार (नीचे की ओर), श्यान बल (ऊपर की ओर) तथा उत्प्लावन बल (ऊपर की ओर) के योग के बराबर हो जाता हैं तो द्रव में पिण्ड नियत वेग से नीचे गिरता हैं। जोकि पिण्ड की सीमान वेग कहलाता हैं। सीमान्त वेग के लिए सूत्र है-

$$v = \frac{2}{9}\,\frac{r^2(\rho-\sigma)g}{\eta}$$

Surface Energy:– When thesurface of a liquid is extended, molecules from the interiorises to the surface against the inwardcohesive force ofattraction. Therefore mechanical work is doen on the molcues which is stored aspotential energy in the new surface format. Further in extension of the surface, its temperature decreases. Therefore heat flows into it from the surrounding to keep its tempconstant. itisalsoadded to itsenergy.In this way the extended surface of a liquidposses potential energy due to mechanical work and heat energyabsorbed from surrounding. This total energy perunit surface area is called theinterinsicsurface energy.

पृष्ठीय ऊर्जा :- जब किसी द्रव की पृष्ठ में वृद्धि की जाती हैं आन्तरिक अणु अन्दर की तरफ कार्यकर ससंजक बल के विरूद्ध पृष्ठ की ओर जाते है। इस प्रकार अणुओं पर कार्य होता हैं जो कि नये पृष्ठीय व्यवस्था में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित होता है। इस पृष्ठ में पुन : वृद्धि करने पर इसका तापमान गिरता हैं। अतः वातावरण से इसमें ऊष्मा का स्थानान्तरण तापमान को नियत रखने के लिए होता हैं। यह इसके ऊर्जा में वृद्धि भी करता हैं। इस प्रकार द्रव के पृष्ठ में वृद्धि के कारण इसमें यांत्रिक कार्य के कारण स्थितिज ऊर्जा तथा वातावरण द्वारा अवशोनित ऊष्मीय ऊर्जा होता हैं। इस प्रकार कुल ऊर्जा प्रति एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल पृष्ठीय ऊर्जा कहलाती हैं।

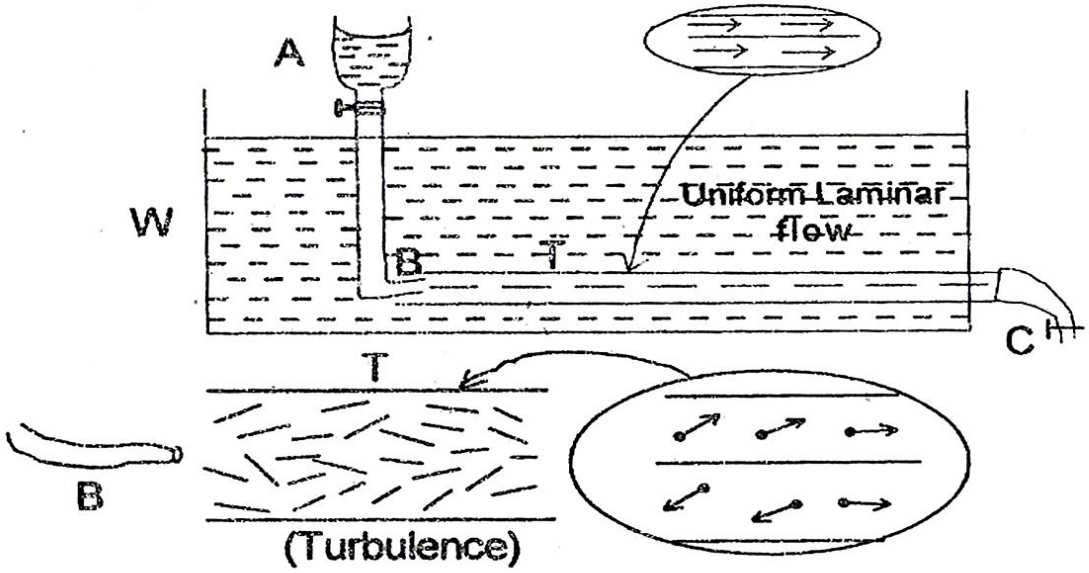
Ques(22) Discribe the motion of a liquidwithvelocity greater than the critical velocity. What is Reynold's Number.

Sol^n : Reynold showed experimentallythat if the average velocity of flow of a liquid is below a certain value, themotion is streamlined. But if it excceds this value the motion becomes turblent. Thislimiting valve of average velocity is called the critical velocity for that liquid. The experimental arrangement are shown in the following figure.

प्रयोगात्मक रूप से नेनाल्ड ने दिखाया कि यदि द्रव के प्रवाह का औसत वेग एक निश्चित मान से नीचे हो तो प्रवाह धारा रेखीय होती हैं। परन्तु यदि मान अधिक होता हैं तो गति विछुब्द हो जाती हैं। औसत वेग का सीमान्त मान उस द्रव के लिए क्रान्तिक वेग कहलाती है। प्रयागिक व्यवस्था चित्र मेदिखाया गया हैं।

A horizontal tube T, 0.5 c.m. in diameter is placed at the bottom of tank W of water. The flow of water along T is controlled bya clipC onrubber tube connected to T: a draw-out glass jet B, attached to a reservair containing coloured water, is placed at one end of T. As the rate of flow ofthe water along T is increased, a stage is reached when thecoluring in T begins to spread out and-fill the whole of the tube. thecritical velocity has now been exceeded, and turbulence has begun.

Reynoldshowed that the critical veocity (V_c) is related to the dencity (ρ) of the liquid, itsviscosity (η), and the radius(r) of the tube through which the liquid is flowinby the relation. $$V_c = \frac{k\eta}{\rho r}$$



एक क्षैतिज नली T जिसका व्यास हैं पानी की टंकी W के तल पर होता हैं। एक क्लीप द्वारा पानी के प्रवाह को T के अनुदिश कन्ट्रोल किया जाता हैं। जैसे ही पानी के प्रवाह की दर को में बढ़ाया जाता हैं एक ऐसी अवस्था आती है। कि में रंगीन पन बढ़ता जाता है और पूरा नली रंगीन हो जाता हैं। क्रान्तिक वेग अब पार कर जाता है। और प्रवाह विछुब्ध होना शुरू हो जाता हैं। रेनाल्ड ने दिखाया कि क्रान्तिक वेग द्रव के घनत्व तथा श्यानता और नली जिसमें द्रव बह रही हैं के त्रिज्या में निम्न सम्बन्ध होता हैं।

$$V_c = \frac{k\eta}{\rho r}$$

where k is the Reynold's number andfor narrow tube Reynold's number is 1000. Therefore narrow tube, low dinsity and high viscosity help in producting stream line motion. Reynold's number K determines the nature of flow of a liquid through tube.

जहाँ k रेनाल्ड संख्या है। संकरी नली के लिए रेनाल्ड संख्या 1000 है। अतः संकरी नली, निम्न घनत्व, तथा उच्च श्यानता धारा रेखीय प्रवाह उत्पन्न करने में सहायता करते है। रेनाल्ड संख्या k नली में द्रव के प्रवाह की प्रकृति बताता है।

Note : Remaining part of this question see question no. (9).

Q.23 A U tube with limbs of diameter 4.0 mm and 2.0 mm contain water of surface tension 7×10^{-2} N m^{-1}, angle of contact zero and density 1.0×10^3 kg/m^3. Find the difference of level (g = 10 m sec^{-2})
(2007)

Sol. The expression for surface tension when angle of contact is zero is given by

जब सम्पर्क कोण शून्य हो, पृष्ठ तनाव के व्यंजक का मान निम्न होगा

$$T = \frac{r h \rho g}{2}$$

$$\Rightarrow \qquad h = \frac{2T}{r \rho g}$$

Let h_1 and h_2 be the heights of the liquid contains in the two limbs, and r_1, r_2 be their radii

माना h_1 तथा h_2 द्रव की उचाई है जो दो सन्धि के सम्पर्क में है और उनकी त्रिज्याए कमशः r_1 तथा r_2 है।

respectively then

$$h_1 = \frac{2T}{r_1 \rho g} \qquad \text{and} \qquad h_2 = \frac{2T}{r_2 \rho g}$$

Difference of levels of liquid in two columns will be

द्रव मे दो स्तम्भ के समतल का अन्तर होगा

$$h_2 - h_1 = \frac{2T}{eg}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Given that, $T = 7 \times 10^{-2}\ Nm^{-1}$, $\rho = 1 \times 10^3\ kg/m^3$,

$g = 10\ m\,sec^{-2}$, $r_1 = 2.0\ mm = 2.0 \times 10^{-3}\ m$ and

$r_2 = 1.0\ mm = 1.0 \times 10^{-3}\ m$.

Therefore $h_2 - h_1 = \dfrac{2 \times 7 \times 10^{-2}}{1 \times 10^3 \times 10}\left(\dfrac{1}{1 \times 10^{-3}} - \dfrac{1}{2 \times 10^{-3}}\right)$

or $(h_2 - h_1) = \dfrac{14}{10^6}\left(1 - \dfrac{1}{2}\right) \times 10^3$

or $h_2 - h_1 = 7 \times 10^{-3}\ m$

or $h_2 - h_1 = 7\ mm$

Q.24 Why do two stream line in a flowing liquid not cross each other. **(2011)**

Sol : When a liquid flows such that each particle of the fluid passing a certain point follows the same path and has the same velocity at that point as its preceding particles which passed the same point, the flow is said to be stream line flow and the path as stream line. In stream-line flow the velocity at a given point is constant in time.

जब कोई द्रव इस प्रकार प्रवाहित होता है कि द्रव के प्रत्येक कण उस समान पथ के निश्चित बिन्दु से होकर जाते है और उस विन्दु पर वेग समान होता है जैसा कि इससे पहले जाने वाले कणों का। तो इस प्रवाह को धारा रेखीय प्रवाह और पथ को धारा रेखा कहते है। धारा रेखा में, दिये गये विन्दु और सम्बन्ध मे वेग अचर होता है।

Two seamlines in a flowing fluid do not cross each other, because

if they cross each other, then at the point of intersection, there are two direction for the flow of liquid, which is impossible. Therefore two stream lines do not intersect each other. The path of the particles passing a certain point in stream line flow is called a line of flow or stream line. The tangent at any point on a stream line gives the direction of flow of the liquid at that point.

बहते हुए द्रव की दो धारा रेखा एक दूसरे को क्रास नही करती है क्योंकि यदि वे एक दूसरे को क्रास करेंगी तब प्रतिच्छेद विन्दु पर बहते हुए द्रव की दो दिशाएं होंगी। जो कि असम्भव है। अतः दो धारा रेखाएँ एक दूसरे को प्रतिच्छेदित नही करती है। एक निश्चित विन्दु से गुजरने वाले धारा रेखीय प्रवाह से कण पथ को "प्रवाह रेखा" या "धारा रेखा" कहते है। धारा रेखा के किसी विन्दु पर स्पर्श रेखा, बहते हुए द्रव की उस विन्दु पर दिशा को प्रदर्शित करती है।

Ques: 25- Calculate the work done in increasing the radius of a soap bubble from 0.01 mm to 0.1 mm. Surface tension of soap solution in 26×10^{-3} N/m. (2008)

Soln. Initial total surface area of the soap bubble

$$= 2 \times 4\pi\left(0.01 \times 10^{-3}\right)^2$$

$$= 8\pi \times 10^{-10} m^2$$

Final total surface area of the soap bubble

$$= 2 \times 4\pi\left(0.1 \times 10^{-3}\right)^2$$

$$= 8\pi \times 10^{-8} m^2$$

Therefore increase in the surface area of the soap bubble

$$= 8\pi \times 10^{-8} - 8\pi \times 10^{-10}$$

$$= 8\pi \times 10^{-8} - 0.08\pi \times 10^{-8}$$

$$= 7.92\pi \times 10^{-8} m^2$$

Thus the amount of work done

$$= surface tension \times Increase in surface area$$

$$= 26 \times 10^{-3} \times 7.92\pi \times 10^{-8}$$

$$= 646.58 \times 10^{-11}$$

$$= 6.46 \times 10^{-9} \quad \text{Joule.}$$

Ques 26 :A capillary tube, 1.0 mm. in diameter and 20 cm. in length is fitted horizontally to a vessel kept full of alcohal of density 0.8 gm/cc. The depth of the capillary tube below the surface of alcohol is 30 cm. Find the amount that will flow out in 4 minutes. ($\eta = 0.015$ c.g.s. unit). (2009)

Soln. The rate of flow of a liquid in a capillary is $Q = \frac{\pi p r^4}{8 \eta l}$

Given $r = 0.5$ mm. $= 0.05$ cm.

$\eta = 0.015$ c.g.s. units

$p = 30 \times 0.8 \times 980$ dyne/cm²

Therefore volume of alcohol flowing per sec. is

$$Q = \frac{3.14 \times 30 \times 0.8 \times 980 \times (0.05)^4}{8 \times 0.015 \times 20} \qquad Q = \frac{73852.8 \times 0.00000625}{2.4}$$

$$Q = \frac{0.46158}{2.4} \qquad Q = 0.1923 cm^2 / sec.$$

Volume of Alcohol flowing in 4 minutes (or 240 sec.) is

$$= 0.1923 \times 240 = 46.15 \text{cm}^2$$

Amount of alcohol flowing in 4 minutes

$$= 46.15 \times 0.8 = 36.92 \text{g.m.}$$ **Ans.**

Que.27 What would be the pressure inside a small air bubble of 0.1mm. radius, situated just below the surface of water ? surface tension of water = 0.72 N/m and atmospheric pressure $= 1.013 \times 10^5 \ N/m^5$ (2011)

Sol. The bubble is situated below the surface of water therefore it has only one surface. Hence the excess of pressure inside the air bubble over atmospheric pressure is given by - $p = 2T/r$

Here $T = 0.072$ m/n $r = 10^{-4}$ m $\qquad p = \frac{2 \times 0.072}{10^{-4}}$

or $\qquad p = 0.0144 \times 10^5 N/m^2$

Therefore the total pressure inside the air bubble

$= p +$ atmopheric pressure

$= 0.0144 \times 10^5 + 1.013 \times 10^5$

$= 1.0274 \times 10^5 n/m^2$

Que.(28) Show that if two capillaries of radii r_1 and r_2 having length l_1 and l_2 respectively are connected in series, the rate of flow of water V is given by $V = \frac{\pi p}{8\eta}\left(\frac{l_1}{r_1^4} + \frac{l_2}{r_2^4}\right)^{-1}$ Where P is pressure difference across the system and η is coefficient of viscosity of water. (2011)

Sol. Let two copillaries A and B of radii r_1 and r_2 having lengths l_1 and

As the liquids are incompressible therefore the same volume of liquid passes through the capillary B as that through the capillary . A in the same time. That is the rate of flow of liquid through each capillary and also through the combination as a whole, is the same.

Let this rate of flow be Q. Let the pressure difference across the capillaries A and B be p_1 and p_2. If p is the pressure difference across the combination as whole, then $p = p_1 + p_2$ ------(1)

If R_1 and R_2 are the effective viscous resistance for capillaries A and B and R is the effective viscous resistance for combination as a whole, then -

Rate of flow of liquid, $Q = \frac{p}{R} = \frac{p_1}{R_1} = \frac{p_2}{R_2}$

$\Rightarrow p = RQ, p_1 = R_1Q$ and $p_2 = R_2Q$

putting these valves in eq^n (1), we get

$$RQ = R_1Q + R_2Q \qquad \text{or} \qquad R = R_1 = R_2$$

Therefore the rate of flow of liquid through the combination is

$$Q = \frac{p}{R} = \frac{p}{R_1 + R_2}, \qquad \text{But } R_1 = \frac{8\eta l_1}{\pi r_1 4} \text{ and } R_2 = \frac{8\eta l_2}{\pi r_2^4}$$

therefore
$$Q = \frac{p}{\left(\frac{8\eta l_1}{\pi r_1^4} + \frac{8\eta l_2}{\pi r_2^4}\right)} = \frac{\pi p}{8\eta\left(\frac{l_1}{r_1^4} + \frac{l_2}{r_2^4}\right)}$$

or
$$Q = \frac{\pi p}{8\eta}\left(\frac{l_1}{r_1 4} + \frac{l_2}{r_2 4}\right)^{-1} \qquad \textbf{Proved}$$

$$Q = \frac{p}{R} = \frac{p}{R_1 + R_2} \text{ But } \qquad R_1 = \frac{8\eta l_1}{\pi r_1 4} \qquad \text{and} \qquad R_2 = \frac{8\eta l_2}{\pi r_2^4}$$

therefore
$$Q = \frac{p}{\left(\frac{8\eta l_1}{\pi r_1^4} + \frac{8\eta l_2}{\pi r_2^4}\right)} = \frac{\pi p}{8\eta\left(\frac{l_1}{r_1^4} + \frac{l_2}{r_2^4}\right)}$$

or,
$$Q = \frac{\pi p}{8\eta}\left(\frac{l_1}{r_1 4} + \frac{l_2}{r_2 4}\right)^{-1} \qquad \textbf{Proved.}$$

Q.29 Calculate the work done in blowing a soap bubble of diameter 10mm. The surface tension of soap solution is 2.5×10^{-2} N / M. (2014)